



# 1. Mechanik

## 1.2 Dynamik

bisher **Kinematik** =

mathematische Beschreibung  
von Bahnkurven / Bewegungsvorgängen

jetzt **Dynamik** =

Frage nach den Ursachen für  
Bewegungen, speziell Bew.-Änderungen

zentrale Begriffe:

**Kraft** = Ursache für Bewegungsänderungen

**Masse** = Gegenspieler der Kraft,  
„Wille“ zum Beharren,  
gegen Änderungen → **Trägheit**

Masse = Maß für die Trägheit

### Auf atomarer Ebene:

Die Masse eines Körpers setzt sich aus der  
Masse der einzelnen Atome zusammen.

Ursache der **Unterschiede** zwischen  
einzelnen Körpern:

- a) Atome haben unterschiedliche **Abstände**  
bzw. Konfigurationen,  
z.B. Dampf / Eis, Grafit / Diamant
- b) Die Atome der einzelnen Körper sind  
unterschiedlich **schwer**,  
z.B. Gold schwerer als Eisen.
- c) in einem einzelnen Körper sind die  
Bestandteile unterschiedlich **verteilt**,  
z.B. Bananensaft, unten dichter als oben

**Dichte** in homogenen Körpern:

$$\rho = m / V = \text{Masse} / \text{Volumen}$$

allgemein eine Funktion des Ortes:  $\rho(\mathbf{r})$   
vgl. Bananensaft, Grenzwert  $\Delta m / \Delta V$



### Dichten verschiedener Stoffe

Name	Dichte / kg/m <sup>3</sup>
Wasser (4 °C)	1000
Luft (0 °C, trocken)	1.3
Gold	19000
Holz (lufttrocken)	400 - 800
Eis (0 °C)	920
Stahl	8000
Blei	11000
Aluminium	2700
Glas	2500
Papier	800
Diesel	830

$$\text{Dichte: } \rho = m / V = \text{Masse} / \text{Volumen}$$

### Aufgabe: (Eigenarbeit)

Eine Tafel Schokolade wiege 100 g.  
Sie ist 16 cm lang, 10 cm breit und 0.5 cm hoch.

Wie groß ist ihre Dichte?

Was würde 1 m<sup>3</sup> Schokolade wiegen?

Lösung:  $\rho = 1250 \text{ kg/m}^3$ ,  $m = 1250 \text{ kg} = 1.25 \text{ t}$



## 1.2.1 Newtonsche Axiome

Sir Isaac Newton (1643-1727)

Die Newtonschen Axiome beschreiben Ursache und Wirkungen für Bewegungen in der (klassischen) Physik.

### 1. Axiom (Trägheitsgesetz)

Jeder Körper **verharrt** in einem Zustand der Ruhe oder der gleichförmig geradlinigen Bewegung, wenn er nicht durch einwirkende **Kräfte** gezwungen wird, seinen Zustand zu ändern.

Als Formel:  $\mathbf{v}(t) = \text{const.}$ , falls  $\mathbf{F} = \mathbf{0}$

$\mathbf{v}$  bleibt dann konstant in Betrag und Richtung.



### 2. Axiom: Dynamisches Grundgesetz (Aktionsgesetz)

**Kräfte** bewirken eine Impulsänderung.

**Impuls**  $\mathbf{p} := m \mathbf{v}$  (Vektor !)

$$d\mathbf{p} / dt = \mathbf{F}$$

Spezialfall:  $m = \text{const.}$

$$m \mathbf{a} = \mathbf{F}$$

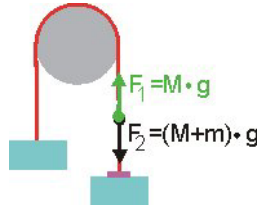
da:  $\mathbf{a} = d\mathbf{v}/dt$

Gegenbeispiel Rakete:  $m = m(t)$

im Allg.:  $\mathbf{F} = \mathbf{F}(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$

### 3. Axiom: Wechselwirkungsgesetz

Die von zwei Körpern aufeinander ausgeübten Wirkungen sind stets gleich groß und entgegengesetzt gerichtet.

**Versuch: Atwoodsche Fallmaschine**

$$M = 1.005 \text{ kg}, m = 10 \text{ g}$$

$$\text{Messstrecke: } x = 1.205 \text{ m}$$

$$\text{Fallzeit: } t = 7 \text{ s}$$

$$\text{konst. Beschleunigung: } x = \frac{a}{2} t^2$$

$$\rightarrow a = 2x / t^2 = 2 \cdot 1.2 \text{ m} / (7\text{s})^2 = 0.05 \text{ m/s}^2$$

**Ursache:**zusätzliche Masse  $m = 10 \text{ g}$ Erdbeschleunigungskraft:  $F = m g$ Erdbeschleunigung  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ **Wirkung:**

alle Massen werden beschleunigt

Gesamtmasse  $M_{\text{ges}} = m + 2 M$ Beschleunigung  $a$  über 2. Axiom:

$$M_{\text{ges}} a = F \rightarrow$$

$$(m + 2 M) a = m g$$

$$\rightarrow a = m g / (m + 2 M) = 0.049 \text{ m/s}^2$$

**Aufgaben:****Aufgabe:** (Eigenarbeit)Sie ziehen an einer Tafel Schokolade ( $m = 100 \text{ g}$ ) mit einer Kraft von  $1 \text{ N}$ .

Wie stark ist die Beschleunigung?

Lösungsidee:  $F = m a$ Lösung:  $F = m a \Rightarrow a = F / m = 1 \text{ N} / 0.1 \text{ kg} = 10 \text{ m/s}^2$



## 1.2.2 Dynamik starrer Körper

bisher: Massenpunkt,  
d.h. alle Masse sei konzentriert an einem  
einzelnen Punkt, der Position des Körpers

Wirklichkeit: Die Masse ist auf einen  
ausgedehnten Körper verteilt

Näherung: **Starrer Körper**  
d.h. die Bestandteile des Körpers bleiben  
relativ zueinander fest an ihrem Platz.  
Der Körper sei nicht verformbar.  
Nur der Körper als **Ganzes** bewegt sich.

Versuch: Zylinder auf schiefer Ebene

Bewegung = Überlagerung einer  
**Translationsbewegung** und einer  
**Rotationsbewegung** um den Schwerpunkt

**Schwerpunkt:** Massenmittelpunkt

**Rotationsbewegung:**  
Kreisbewegung der Teile eines Körpers  
um den Schwerpunkt

**Drehwirkung:**  
hängt nicht nur von der Kraft ab,  
sondern auch vom Abstand  $b$  des  
Angriffspunktes von der Drehachse  
= **Hebelarm** (Versuch)

$$\text{Drehmoment: } M = r \times F$$

$$\text{bzw. } M = b F$$

Versuch: Drehmoment  $M = r F$  + Berechnung von  $M$



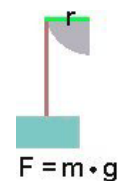
$$\text{Drehmoment: } M = F r$$

**Aufgabe:** (Eigenarbeit)

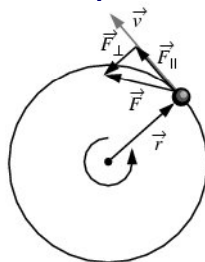
Eine Tafel Schokolade ( $m = 100 \text{ g}$ ) hängt an einem Hebel mit der Länge  
 $r = 10 \text{ cm}$ . Wie groß ist das Drehmoment  $M$  auf den Hebel?

Lösungsidee:  $F = m g$

Lösung:  $F = m g$ ,  $M = F r = m g r = 0.1 \text{ kg } 9.81 \text{ m/s}^2 0.1 \text{ m} = 0.0981 \text{ kg m}^2/\text{s}^2$



**Massenpunkt auf Kreisbahn:**



Radius  $r$   
Kraft  $F$   
zerlegt in zwei  
Komponenten

Kreisbewegung:  $a_{||} = r \alpha$

$$\Rightarrow F_{||} = m a_{||} = m r \alpha$$

z.B. Zug am Seil bewirkt Winkelbeschl.  $\alpha$

$$\text{Drehmoment: } M = r F_{||} = m r^2 \alpha$$

$$M = J \alpha \text{ (Newton)}$$

d.h. Drehmoment  $M$  bewirkt Winkelbeschl.  $\alpha$

**Massenträgheitsmoment** (für Massenpunkt):

$$J := m r^2$$

**Rotierender Körper:**

Summe aus vielen Massenpunkten  $m_i$ ,  
die sich um eine gemeinsame Achse  
mit unterschiedlichen Abständen  $r_i$  drehen:

$$\rightarrow J = \sum m_i r_i^2, \quad \text{z.B. } m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2$$

$$M = J \alpha$$

bzw. bei kontinuierlicher Massenverteilung:

$$J = \int r^2 dm = \int r^2 \rho(r) dV$$

Versuch: Drehpendel, unterschiedliches  $r$

Das Massenträgheitsmoment ist keine  
Eigenschaft des Körpers,  
sondern ist immer in Bezug auf eine  
bestimmte Drehachse definiert.

**Massenträgheitsmomente  
für andere Achsen**

$J_A$  bezieht sich immer auf eine  
spezielle Achse  $A$ ,  
vgl. Tabelle vorherige Seite mit  
 $J_S$  für Achsen durch den Schwerpunkt  $S$ .

**Frage:** Wie groß ist  $J_A$  für eine Achse  $A$   
parallel zu der Achse durch  $S$   
mit Abstand  $a$  zum Schwerpunkt ?

**Steinerscher Satz:**  $J_A = J_S + m a^2 > J_S$

$m$  : Masse des rotierenden Körpers

Versuch: Scheiben auf Feder

**Aufgabe:** Quader mit Kantenlänge  $r = 0.1$  m,  $m = 1$  kg,  
Drehachse durch Kante:

$$J_S = 1/12 m (r^2 + r^2), \quad \text{Abstand Achse zu SP: } a = r / \sqrt{2}$$

$$J_A = J_S + m a^2 = m r^2 (2/12 + 1/2)$$

**Dynamisches Grundgesetz der  
Drehbewegung:**

$M = J \alpha$ ,  $\alpha$  : Winkelbeschleunigung

Drehmoment bewirkt Winkelbeschleunigung  
proportional zum Trägheitsmoment

**Drehimpuls:**  $L = J \omega$

$$\rightarrow M = dL / dt$$

Drehmoment bewirkt Drehimpuls-Änderung

