



Geometrische Optik

Experimentalphysik
Ulrich Stein



Geometrische Optik

Lichtstrahlen:

- geradlinige Ausbreitung
in homogenen und isotropen Medien
- Lichtwege umkehrbar
- keine gegenseitige Beeinflussung

Richtungsänderung:

- Reflexion (Spiegel)
- Brechung (z.B. Linsen)



1. Reflexion: Ebener Spiegel

Virtuelles Bild

Reflexionsgesetz

$$\alpha = \alpha'$$

Einfallender Winkel =
ausfallender Winkel



Sphärischer Spiegel

Abbildung:

Gegenstand G → Bild B

(siehe Versuch)

ein möglicher Strahl
von G aus

Reflexion

ergibt Bild

Scheitel
(Ursprung)

Vorzeichen-Konvention !

Bildweite

Radius < 0

Gegenstandsweite < 0



Abbildung: Sphär. Spiegel

Versuch: Brennpunkt (Schalter ~, 20-24 V)

Def. Brennweite:
(analog Lupe)

$$f := \lim_{g \rightarrow -\infty} b(g)$$

Brennweite sphär. Spiegel:

$$f = \frac{r}{2}$$

Abbildungsgleichung:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{b} + \frac{1}{g}$$

Beispiel: $r = -20 \text{ cm} \rightarrow f = -10 \text{ cm}$

für $g = -30 \text{ cm} \rightarrow 1/b = 1/(-10 \text{ cm}) - 1/(-30 \text{ cm})$
 $= -1/(30/2 \text{ cm}) \rightarrow b = -15 \text{ cm}$



Abbildungsmaßstab

Abbildungsmaßstab:

$$\beta := \frac{B}{G}$$

Sphärischer Spiegel:

$$\beta = -\frac{b}{g}$$

virtuelles Bild: $\beta > 0$

reelles Bild: $\beta < 0$

im Beispiel: $g = -30 \text{ cm}, b = -15 \text{ cm}$

$\beta = -b/g = -(-15 \text{ cm})/(-30 \text{ cm}) = -1/2$, reell



PSp-Optik.exe



Aufgabe 1 Wie weit muss ein Gegenstand 10 cm entfernt sein, damit ein 5 mal so großes virtuelles Bild entsteht? In welcher Entfernung vom Scheitel befindet sich dieses Bild?
 Fertigen Sie eine maßstabsgetreue Skizze einschließlich Gegenstand und Bild (jeweils als Pfeil) Scheitel, Spiegelmittelpunkt und Brennpunkt. Achtung, es gibt nur Punkte, wenn die Vorzeichen stimmen!

$$r = -10 \text{ cm}, \quad \beta = +5 = -b/g : \text{Abb.-Maßstab}$$

$$1/f = 1/b + 1/g : \text{Abbildungsgleichung}$$

$$\rightarrow -b \left(\frac{1}{f} - \frac{1}{b} \right) = -b/g = \beta = 5$$

$$\rightarrow -b/f + 1 = \beta \rightarrow b = f(1 - \beta)$$

$$f = r/2 = -10 \text{ cm} / 2 = -5 \text{ cm}$$

$$\rightarrow b = (-5 \text{ cm}) \cdot (-4) = 20 \text{ cm}$$

$$\rightarrow g = 1 / \left(\frac{1}{f} - \frac{1}{b} \right) = -4 \text{ cm}$$



Allgemeines Vorgehen

5 Größen: g, b, r, f, β

3 Gleichungen

\rightarrow 2 Größen in Aufgabe vorgegeben

Beispiel 1: gegeben g und b

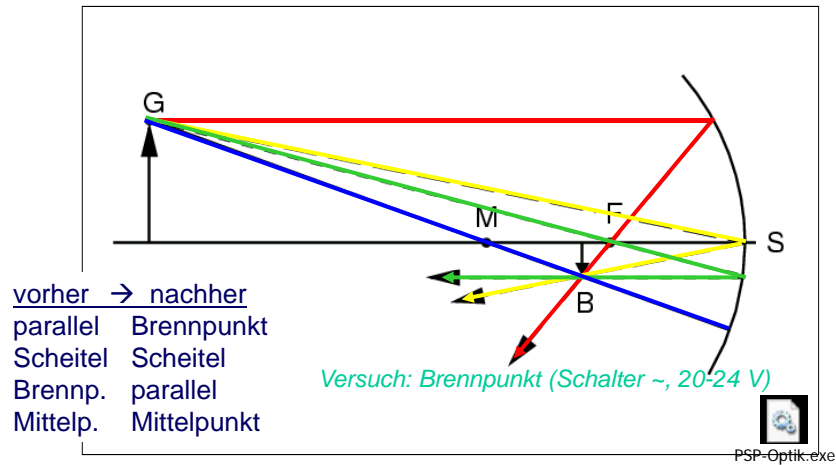
$$\rightarrow \beta = -b/g, \quad 1/f = 1/b + 1/g, \quad r = 2f$$

Beispiel 2: gegeben β und r

$$\rightarrow f = r/2, \quad \beta = -b/g, \quad 1/f = 1/b + 1/g$$



Hauptstrahlen: Konstruktion



2. Lichtbrechung

Versuch: Wasser → Luft



Brechungsgesetz (bei Bmn unter Wellen)

Brechungsgesetz:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n_{12}$$

$$n_{12} = n_2 / n_1$$

Brechzahl:

aus Geschwindigkeit c

$$n_{12} := \frac{c_1}{c_2}$$

Brechzahlen:

Luft:	$n = 1.00028$, bei 15° C
	$n = 1.00029$, bei 0° C
Wasser:	$n = 1.3$
Kronglas:	$n = 1.5$
Diamant:	$n = 2.4$



Klausuraufgabe zu Wasserwellen

Am Übergang vom Schwimmer- zum Nichtschwimmerbereich eines Schwimmbeckens ändert sich die Wassertiefe h stufenartig von 2 m auf 1 m. Oberflächenwellen aus dem Schwimmerbereich treffen in einem Einfallswinkel von 30° auf die Stufe. Die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Wellen hängt gemäß $c = \sqrt{gh}$ (g Erdbeschleunigung) von der Wassertiefe h ab. Unter welchem Brechungswinkel verlaufen die Wellen im Nichtschwimmerbereich?

Lösung: Brechungsgesetz (diesmal für Wasserwellen, nicht Lichtwellen)

$$\sin(\alpha_1) / \sin(\alpha_2) = c_1 / c_2 = \sqrt{gh_1} / \sqrt{gh_2} = \sqrt{h_1/h_2} = \sqrt{2/1}$$

$$\alpha_1 = 30^\circ$$

$$\Rightarrow \alpha_2 = \arcsin(\sin(30^\circ) / \sqrt{2}) = 20.7^\circ$$



Totalreflexion

Versuch: Wasser → Luft

Brechungsgesetz:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n_{12}$$

Grenzwinkel:

$$\alpha_G := \arcsin \left(\frac{n_2}{n_1} \right)$$

Berechnen Sie α_G für $n_1 = 1.5$!

$$\alpha_G = 41.8^\circ$$

Versuch: Lichtwellenleiter / Himbeerwasser



Klausuraufgabe

Bei einem Regensensor zur Regelung der Wischgeschwindigkeit der Scheibenwischer eines Autos wird Infrarotstrahlung in die Frontscheibe eingekoppelt. Bei trockener Scheibe beträgt der Grenzwinkel der Totalreflexion 41.4° .

Welche Brechzahl hat das Scheibenmaterial? Auf welchen Wert ändert sich der Grenzwinkel bei nasser Scheibe? (Brechzahl Wasser 1,33)

Lösung: n_1 (dichteres Medium) $> n_2$

Grenzwinkel $\alpha_G = 41.4^\circ$

Trocken: $n_2 = 1$ (Luft: dünneres Medium)

$$\Rightarrow n_1 = 1/\sin(\alpha_G) = 1.5$$

Nass: $n_2 = 1.33$

$$\Rightarrow \alpha_G = \arcsin(1.33 / 1.5) = 61.6^\circ$$

Grenzwinkel:

$$\alpha_G := \arcsin \left(\frac{n_2}{n_1} \right)$$



Planparallele Platte

Querversatz:

$$\delta = d \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\cos \beta}$$

Acryl-Würfel



Brechung am Prisma

Versuch: Prismenspektrum



Umkehr- / Umlenk-Prisma

Versuch: Feldstecher



Sphärische Trennfläche

Abbildungsmaßstab:

$$\beta = n_1 b / n_2 g$$

Fundamentale
Abbildungsgleichung:

$$\frac{n_2}{b} - \frac{n_1}{g} = (n_2 - n_1) \frac{1}{r}$$

Bildseitige Brennweite:

$$f' := \lim_{g \rightarrow -\infty} b(g)$$

$$f' = \frac{n_2 r}{n_2 - n_1}$$

Gegenstandsseitige Brennweite:

$$f := \lim_{b \rightarrow +\infty} g(b)$$

$$f = \frac{n_1 r}{n_1 - n_2}$$



Aufgabe 3 Eine Katze befinde sich 100 cm vor einem kugelförmigen Goldfischglas (Radius 80 cm, $n_{\text{Luft}} \approx 1.0$, $n_{\text{Wasser}} = 1.33$). Wo sieht der Fisch die Katze und wie groß ist der Abbildungsmaßstab. Fertigen Sie eine maßstabsgetreue Skizze einschließlich Scheitel, Kugelmittelpunkt, bild- und gegenstandseitiger Brennpunkt (Katze und Bild als Pfeile!).
Achtung: Vernachlässigen Sie die Dicke des Glases. Es handelt sich nicht um ein Linse!

$$\frac{n_2}{b} - \frac{n_1}{g} = (n_2 - n_1) \frac{1}{r}$$

$$g = -1 \text{ m}, r = +0.8 \text{ m} \rightarrow b = -2.26 \text{ m}$$

d.h. links vom Scheitel !!!

$$\beta = n_1 b / n_2 g = +1.70$$

$$f' = n_2 r / (n_2 - n_1) = +3.22 \text{ m}$$

$$f = n_1 r / (n_1 - n_2) = -2.42 \text{ m}$$



Bildentstehung Linse

$$\frac{1}{b_2} - \frac{1}{g_1} + \frac{nd}{b_1 g_2} = (n - 1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$



Bildentstehung Linse

komplizierte Formel
für den Zusammenhang von b_2 und g_1 ,
abhängig von n , r_1 , r_2 , d , ...
wird aber einfacher bei folgender Näherung ->



Linsentypen

Konvexe Linsen:

Sammellinsen



bikonvex, plan-konvex, konkav-konvex

Typ: 2. Teil des Begriffs

Konkave Linsen:

Zerstreuungslinsen



bikonkav, plan-konkav, konvex-konkav



Linsen-Radien

Linsenschleiferformel:
$$\frac{1}{f'} = (n - 1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

Aufgabe: Berechnen Sie die Radien für

Linse mit Radius 10 cm für die Typen
bikonvex und bikonkav

Linse mit Radien 10 cm und 12 cm
für die Typen konkav-konvex und konvex-konkav
(konvexe Seite rechts bzw. links)

Linse mit Radius 10 cm für die Typen
plan-konvex und plan-konkav.



Dünne Linse

Linsenschleiferformel:
$$\frac{1}{f'} = (n - 1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

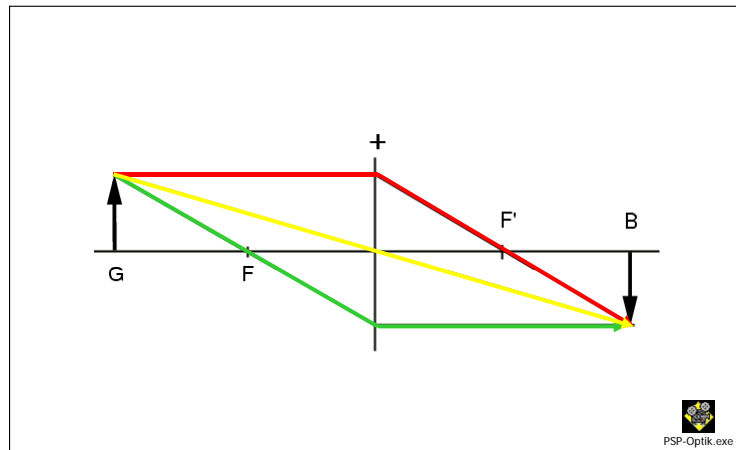
Abbildungsgleichung:
$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{b} - \frac{1}{g}$$

Gegenstandsseitige Brennweite: $f = -f'$

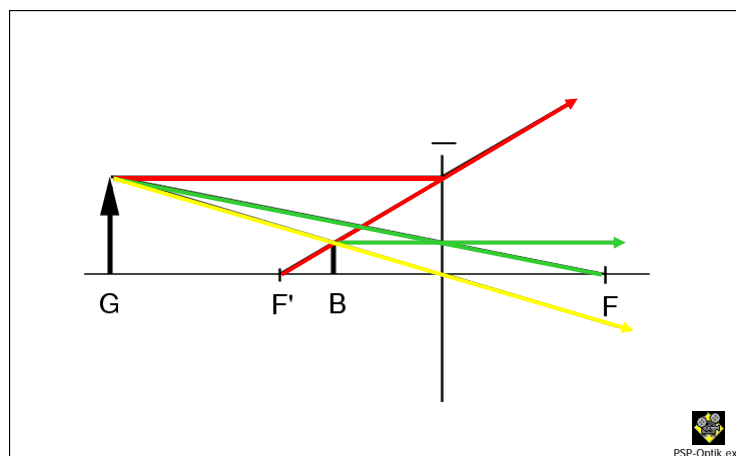
Versuch: Abb.-Linse



Hauptstrahlen (Sammel-Linse)

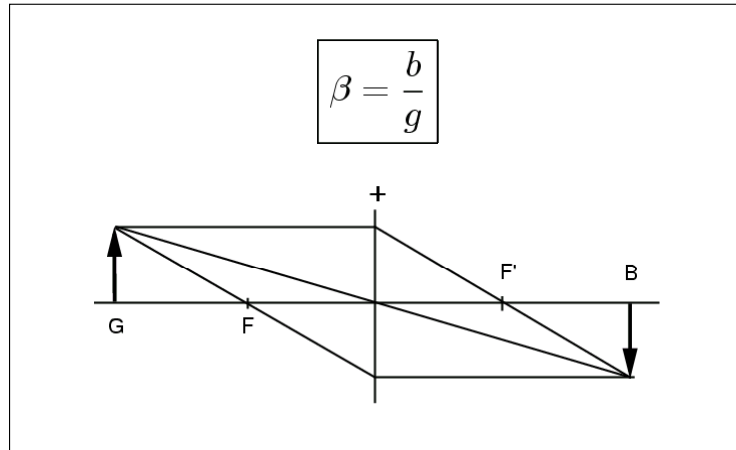


Hauptstrahlen (Zerstr.-Linse)





Abbildungsmaßstab



Brechkraft

$$D' = \frac{1}{f'}$$

$[D] = 1/\text{m} = \text{Dioptrie (dpt)}$

Frage: Eine Brille mit -2dpt
hat welche Brennweite?



Linsenfertigung

- Ausgangspunkt: Presslinge oder Glasblöcke
- Trennen von Glasblöcken und Scheiben
- Schleifen der Linsen mit CNC-Maschinen / Radian
- Polieren
- Prüfen mit Interferometer / Abweichungen
- Ultraschallreinigung
- Vergütung der Oberfläche, Entspiegeln
- Zusammenbau zu Linsensystemen



3. Optische Instrumente

a) Das Auge

Augapfel: $n = 1.34$

Augenlinse: $n = 1.41$

entspanntes Auge:
oo-weit → **Netzhaut**

Iris: Lichtmenge



Optische Täuschungen

Netzhaut: lichtempfindliche Nervenzellen

- Zapfen → Farbe
- Stäbchen → Kontrast

Signale werden ans Gehirn weitergeleitet,
z.T. vorher aber noch direkt am Auge bearbeitet,
z.B. Kontrastverstärkung, Linienerkennung



Bezugssehweite

kürzester Abstand für ermüdungsfreies Sehen:

$$s_0 = 25 \text{ cm}$$

Fernpunkt: oo-weit → entspanntes Auge

Nahpunkt: 9 cm → max. gespannt

Akkommodation:
Einstellung der Entfernungsschärfe



Winkelvergrößerung

σ = Sehwinkel

$$v := \frac{\sigma(\text{mit Instrument})}{\sigma(\text{ohne Instrument})}$$



Optische Hilfsmittel

Problem: Sehwinkel ist zu klein

Ursachen:

- Abstand zu G zu groß → Fernrohr
- G zu klein → Lupe, Mikroskop



Lupe

Gegenstand G innerhalb der Brennweite
→ virtuelles, vergrößertes Bild B

maximal: $v = 1 + \frac{s_0}{f'}$
(Bezugs-
sehweite)

$$v = \frac{s_0}{f'}$$

entspanntes Auge



Mikroskop

Zwischenbild B (Abb.-Gl.)
wird durch Lupe betrachtet

$$v = \beta_{\text{Ob}} v_{\text{Ok}}$$

Versuch: Mikroskop-Vergrößerung



Fernrohr

Zwischenbild B (Abb.-Gl.)
wird durch Lupe betrachtet

$$v = \frac{f'_{\text{Ob}}}{f'_{\text{Ok}}}$$

d.h. $g \rightarrow -\infty$
Unterschied zu
Mikroskop

Fernrohr-Modelle