



# 1. Mechanik

## 1.3 Kräfte (Überblick)

### 1.3.1 Fundamentale Kräfte

Kräfte sind die Ursache für Bewegungsänderungen (Newton).

in der klassischen Physik:

Wenn man die Kräfte zwischen den beteiligten Teilchen kennt (+Anf.-Bed.), kann man die Bahnen berechnen.

heutiger Stand:

4 Arten von fundamentalen Kräften:

**a) Gravitationskraft**

**b) elektro-magnetische Kraft**

**c) Kernkraft**

**d) schwache Kraft**

bzw.:

2 Arten von fundamentalen Kräften:

**A) Gravitationskraft**

**B) Standardmodell:**

elektro-schwache Kraft (b+d) + QCD (c)

evtl.:

Stringmodelle, etc.



### a) Gravitationskraft

Gravitationsgesetz (Newton 1643 - 1723):

$$\vec{F}_{GK} = -G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{d^2} \cdot \vec{e}_d$$

Kraft von Körper 1 mit Masse  $m_1$  auf Körper 2 mit Masse  $m_2$ , die voneinander den Abstand  $d$  haben.

$\vec{e}_d$ : Einheitsvektor von Körper 1 zu Körper 2

G: Gravitationskonstante (  $6.667 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3/\text{kg s}^2$  )

Wirkungslinie entlang der Verbindungslinie der Schwerpunkte.

3. Newtonsche Axiom:

Kraft von Körper 2 auf Körper 1 = -  $\vec{F}_{GK}$

-Zeichen: anziehende Kraft, entgegen der „Entfernung“

Newton erhielt die Form des Gesetzes aus Beobachtungen am Himmel (Bahn der Planeten).

Die klassische, Newtonsche Mechanik liefert keine Erklärung, warum sich Massen anziehen.

**Erdanziehung** an der Erdoberfläche:

$$F = - m_1 g, \quad g = G m_e / R_e^2$$

Erweiterung: Albert Einstein 1879-1955

**Allgemeine Relativitätstheorie**

$$R_{ij} - g_{ij} R = - \chi T_{ij}$$



## b) Elektro-magnetische Kraft

Erfahrungstatsache:

Zwischen elektrisch geladenen Körpern  
treten Kräfte auf:

gleiche Ladung → Abstoßung

entgegengesetzte Ladung → Anziehung

Von magnetischen Körpern  
gehen Kräfte aus.

Beide Arten von Kräften konnten  
zusammengefasst werden:

**Maxwellsche Gleichungen**

(James Clerk Maxwell: 1831 – 1879)

Wirkungen der el-magn. Kraft:

\* Elektrizitätslehre / Elektrotechnik:

Motoren, Kompass, Schaltungen, ...

\* Licht:

Entstehung, Ausbreitung, ...

\* Elektromagnetische Wellen:

Rundfunk, Röntgen, ...

\* Chemie:

Materialeigenschaften, ...

(Quantenmechanische Behandlung  
der el-magn. Effekte in Atomhülle)

\* Biologie:

elektrische Signale, Neuronen,  
Nervensignale, DNA-Reduplikation, ...

Ausnahme: Gen-Schädigung durch  
radioaktive Strahlung



## c) Kernkraft

auch **starke Kraft** genannt,

hält die Bestandteile im Atomkern zusammen  
(Protonen und Neutronen),  
die sich sonst gegenseitig wegen der el-magn.  
Kräfte abstoßen würden.

Kernkraft ist immer anziehend,  
jedoch nur auf sehr kurze Distanzen wirksam

$$d < 10^{-15} \text{ m}$$

In diesem Bereich ca. um Faktor 10 stärker  
als el-magn. Kraft.

Moderne Beschreibung:

**Quanten-Chromo-Dynamik (QCD)**

Stichwörter: Quarks, Gluonen (siehe DESY)

## d) Schwache Kraft

verantwortlich für radioaktiven Zerfall  
von Atomkernen,  
aber auch für Energieerzeugung  
in der Sonne.

ebenfalls nur sehr kurze Reichweite,  
aber auch da nur relativ schwach

$$F_{SK} \text{ ungefähr } 10^{-11} F_{KK}$$

Moderne Beschreibung:

Zusammenfassung von el-magn. und  
schwacher Kraft zur **elektro-schwachen  
Kraft (Glashow-Salam-Weinberg)**

Stichwörter:  $W^{+/-}$  und  $Z^0$ -Bosonen

**Radioaktiver Zerfall:** durch Schwache Kraft

instabile Atomkerne zerfallen in kleinere Bestandteile,  
z.B. Uran-235 in Barium-142 + Krypton-90 + 3 Neutronen  
Die Bestandteile zerfallen dann weiter (Zerfallsreihe).

Dabei wird Energie frei (Teil der Bindungsenergie des Kerns),  
in Form von radioaktiver Strahlung, in drei Formen:

- $\alpha$ -Strahlung: Helium-Kerne
- $\beta$ -Strahlung: Elektronen
- $\gamma$ -Strahlung: Elektro-magnetische Wellen mit hoher Energie

**Halbwertszeit:** Zeit bis die Strahlungsaktivität  
auf die Hälfte abgeklungen ist, proportional  $\exp(-\lambda t)$   
→ Zerfälle pro Zeit = Becquerel (Bq),

Der Zerfall erfolgt zufällig: im Mittel sind nach der  
Halbwertszeit die Hälfte der Kerne zerfallen.

**Äquivalentdosis:** aufgenommene Energiedosis  
skaliert mit biologischer Wirksamkeit → Sievert (Sv)

Element	Halbwertszeit
Uran-238	4,468 Mrd. Jahre
Uran-235	704 Mio. Jahre
<b>Plutonium-239</b>	<b>24.110 Jahre</b>
<b>Caesium-137</b>	<b>30,17 Jahre</b>
Jod-129	15,7 Mio. Jahre
<b>Jod-131</b>	<b>8,02 Tage</b>
...	

**1.3.2 Nichtfundamentale Kräfte**

abgeleitet aus den fundamentalen Kräften,  
jedoch der Einfachheit halber bzw.  
aus historischen Gründen hier separat.

**a) Gewichtskraft**

Wirkung der Gravitation an der Erdoberfläche

$$F_G = m g, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2$$

Näherung aus dem allg. Gravitationsgesetz

**b) Federkraft (Harmonische Kraft)**

Ausdehnung  $s$  wirkt Kraft  $F_F$  entgegen:

$$F_F = -k s, \quad k: \text{Federkonstante (Richtgröße)}$$

Hooke'scher Bereich,  
rücktreibende Kraft: -Zeichen

Körper mit Masse  $m$  an Feder:  
Auslenkung bis zur Gleichgewichtslage

$$F_G + F_F = 0$$

$$m g - k s = 0$$

**Versuch Federkennlinie****Aufgabe:** (Eigenarbeit)

Ermitteln Sie die Federkonstante  
aus folgenden Daten:

$$s = 3.5 \text{ cm}, \quad m = 150 \text{ g}$$

Lösung:

$$m g - k s = 0$$

$$\rightarrow k = m g / s$$

$$= 0.15 \text{ kg} \cdot 9.81 \text{ m/s}^2 / 0.035 \text{ m} =$$

$$= 42 \text{ kg} / \text{s}^2 = 42 \text{ N} / \text{m}$$

d.h. 42 Tafel Schokolade für  
Auslenkung von einem Meter

**c) Coulombsche Reibungskraft****Versuch: Reibung schiefe Ebene**unterschieden: Haft-, Gleit- und Rollreibung  
jeweils mit speziellen Reibungs-Koeffizienten  $\mu$ Ansatz (Coulomb):  $F_R = \mu F_N$  $F_N$ : Normalkraft, senkrecht auf Unterlage $F_H$ : Hangabtriebskraft, parallel zur Unterlage**d) Strömungswiderstand**

Luft, Wasser, etc. bremsen Bewegung

 $F_S$  oft proportional zur Geschwindigkeit

$$F_S = c v$$

z.B. Stokessches Reibungsgesetz

(laminar umströmte Kugel vom Radius  $R$ ):

$$c = 6\pi \eta R, \quad \eta: \text{dynamische Viskosität}$$

Treten Wirbel auf (turbulente Strömung),  
dann wächst der Strömungswiderstand  
proportional zu  $v^2$ 

$$F_S = 0.5 c_w \rho A v^2$$

 $c_w$ : Widerstandsbeiwert (vgl. Autos) $A$ : Querschnittsfläche $\rho$ : Dichte des Fluids**e) Auftriebskraft****Versuch: Auftrieb**

Effekt: Körper wird leichter

Ursache: verdrängte Flüssigkeiten / Gase

$$F_A = V \rho_f g \quad (\text{Archimedisches Prinzip})$$

 $\rho_f$ : Dichte des verdrängten Fluids $V$ : durch den Körper verdrängtes Volumen

→ Verringerung der effektiven Erdanziehung:

$$F = F_G - F_A = m g - V \rho_f g = V (\rho_k - \rho_f) g$$

 $\rho_k$ : Dichte des Körpers,  $m = V \rho_k$ **1.3.3 Scheinkräfte****Inertialsysteme:**nicht beschleunigte Bezugssysteme,  
wenn dort ein Körper beschleunigt wird,  
gibt es eine Kraft als Ursache**Beschleunigte Bezugssysteme:**Körper zeigen in Bezug auf diese Systeme  
scheinbare Beschleunigungen,  
als deren Ursache man Kräfte ansetzen  
kann – Scheinkräfte, die in Wirklichkeit  
gar nicht existieren**a) Zentrifugalkraft:** erzwungene Kreisbahn

$$F_Z = m r \omega^2, \quad \text{gegen } F_L \text{ nach außen}$$

**(Versuch: Motorrad-Video)****b) Corioliskraft:** rotierendes Bezugssystem**(Versuch: Drehscheibe / Coriolis-Video)**

Corioliskraft : Abweichung von Gerade



## 1.4 Erhaltungssätze

### 1.4.1 Arbeit und Energie

Eine Kraft alleine muss nichts bewirken.  
Aber Kräfte können Wirkungen hervorrufen:  
z.B. Körper verformen, im Sturm Bäume fallen,  
einen Bewegungszustand ändern, etc.

Maß für die Wirkung:

**Arbeit  $W$** , als physikalische Größe

Arbeit, die gegen eine einwirkende **Kraft  $F$**   
an einem System geleistet wird,  
entlang eines **Weges  $C$**  mit  
Anfangspunkt A und Endpunkt B.

Video: Perpetuum mobile

#### Beispiel 1:

Eine schwere Last  $m$  gegen die  
Erdbeschleunigungskraft  $g$  (**Kraft  $F = m g$** )  
entlang eines Weges  $C_{AB}$   
um die **Höhe  $h$**  anheben:

$$W(C_{AB}) = m g h$$

#### Beispiel 2:

Ein Wagen wird mit konstanter Kraft auf  
horizontaler Strecke (Weg  $C_{AB}$ ) gezogen:

→ Kraft  $F_0$  und Wegstücke  $\Delta r$  parallel  
und  $F_0$  konstant

$$W(C_{AB}) = \sum F_0 \Delta r = F_0 \sum \Delta r = F_0 s$$

$s = \sum \Delta r =$  gesamte Weglänge

Für jeden Umweg ist der Weg  $s$  länger,  
die Arbeit  $W$  (gegen die Reibung) größer.



### Allgemeiner Weg $C$

von A nach B entlang eines Weges  $C$ :

Summe der **Arbeits-Anteile**  
für die Wegstücke

$$W(C_{AB}) = \sum F \Delta r$$

wird zu Weg-Integral  
entlang der Kurve  $C_{AB}$

$$W(C_{AB}) := \int_{C_{AB}} \vec{F} \cdot d\vec{r}.$$

$C_{AB}$  ist ein Weg von A nach B.

Im Allgemeinen gibt es mehrere Möglichkeiten,  
um von A nach B zu gelangen.

$F dr = F \cos(\alpha) dr =$  Skalarprodukt zwischen  
der Kraft  $F$  und einem Wegstück  $dr$

Je nach Weg unterscheidet sich normalerweise  
der Winkel zwischen  $F$  und  $dr$ .

**Konservative Kräfte**

Für manche Kräfte spielt es keine Rolle, **welcher Weg** genommen wurde.

Die Arbeit hängt dann nur von der Lage der Anfangs- und Endpunkte A und B ab

→ Eigenschaft konservativer Kräfte

$$W_{AB} := \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r}.$$

**Beispiel:** Gewichtskraft

Senkrecht Heben um Höhe h oder schiefe Ebene der Länge L (ohne Reibung):

direkt:  $W_1 = m g h$

Rampe:  $W_2 = m g \sin \alpha \cdot L, \quad h / L = \sin \alpha$

**Reibungskräfte** und **Strömungswiderstände** sind **nicht konservativ** → Weg-abhängig

Falls **Kraft F** und **Wegstück r senkrecht**:

Arbeitsanteil:

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{r} = 0$$

d.h. falls **F** und Wegstück **dr** senkrecht, dann wird keine Arbeit verrichtet, bzw. Kraft-Anteile senkrecht zum Weg tragen nicht zur Arbeit bei,

z.B. Bewegungen parallel zur Erdoberfläche, falls Reibung vernachlässigt wird:

$$\vec{F} = -m g \vec{e}_z$$

$$d\vec{r} = \vec{e}_x dr$$

$$\rightarrow \vec{e}_z \cdot \vec{e}_x = 0$$

**Typische Klausuraufgabe zur Arbeit****Integration einer Kraft entlang eines Weges**

Eine große Raumstation in der Form eines Rades mit vier Speichen rotiert zur Erzeugung einer künstlichen Gravitationskraft mit 2 Umdrehung pro Minute. In den Speichen befinden sich Aufzüge. Einer der Aufzüge (Masse 2500 kg) bewegt sich mit konstanter Geschwindigkeit in Richtung Drehzentrum. Welche Arbeit muss der Antrieb auf der Strecke von 150 m vom Drehzentrum bis 50 m vom Drehzentrum leisten?

**Lösung**

Masse:  $m = 2500 \text{ kg}$

Frequenz:  $f = 2 / \text{min} = 2 / 60 \text{ s}, \quad \omega = 2 \pi f$

Zentrifugalkraft:  $F = m \omega^2 r$

$$\Rightarrow W = \int F dr = \int m \omega^2 r dr = m 2 \pi f \left[ \frac{r^2}{2} \right],$$

an den Grenzen  $r_o = 50 \text{ m}$  und  $r_u = 150 \text{ m}$

$$W = m 2 \pi f \left( \frac{r_u^2}{2} - \frac{r_o^2}{2} \right)$$



Je nach Art der Kräfte  $F$  gibt es typische **Arten der Arbeit  $W$** :

**Hubarbeit:**

Arbeit, um Masse  $m$  von Höhe  $h_1$  nach Höhe  $h_2$  gegen Erdanziehung zu heben:

$$W_H = m g (h_2 - h_1) = F_G (h_2 - h_1)$$

**Verformungsarbeit:**

beim Dehnen einer Feder oder sonstigem elastischen Material mit Federkonstante  $k$  von Ausdehnung  $s_1$  nach  $s_2$ :

$$W_V = k/2 (s_2^2 - s_1^2)$$

**Reibungsarbeit:**

Reibungskoeffizient  $\mu$ , Normalkraft  $F_N$  bei Verschiebung um Strecke  $s$

$$W_R = \mu F_N s$$

**Beschleunigungsarbeit**

Masse  $m$  wird von Anfangsgeschwindigkeit  $v_A$  bis Endgeschwindigkeit  $v_B$  beschleunigt:

$$W_B = m/2 (v_B^2 - v_A^2)$$

**Energie  $E$** 

Maß für die Fähigkeit eines Systems, Arbeit zu leisten (= gespeicherte Arbeit)

Für einige Arten der Arbeit  $W$  gibt es typische Arten von Energie  $E$ :

**Lageenergie (potentielle Energie):**

Anheben der Masse  $m$  um Höhe  $h$

$$E_L = m g h$$

**Versuch Flaschenzug:**  $F_1 d_1 = F_2 d_2$

**Elastische Energie:**

beim Dehnen um Strecke  $s$ :

$$E_{\text{elast}} = k/2 s^2 \quad (\text{Versuch Feder})$$

**Bewegungsenergie (kinetische Energie):**

Beschleunigen auf Geschwindigkeit  $v$

$$E_{\text{kin}} = m/2 v^2$$

**Rotationsenergie:**

Beschleunigen eines Körpers mit Massenträgheitsmoment  $J$  auf Winkelgeschwindigkeit  $\omega$

$$E_{\text{rot}} = J/2 \omega^2 \quad (\text{Versuch Felge})$$

**Energieerhaltungssatz:**

„In einem abgeschlossenen System ist der Energieinhalt konstant.“

Energie kann weder vernichtet werden, noch aus dem Nichts erzeugt.

Energie kann jedoch in andere Energieformen umgewandelt werden, z.B. potentielle Energie in kinetische Energie.

**Abgeschlossenes System:**

keine äußeren Kräfte, die Quellen aller Kräfte befinden sich im System selbst

**Reibung:**

führt Energie in Wärme über -> Thermodynamik, neue Form von Energie

Wärme → Arbeit ? : II. Hauptsatz / Entropie

Wirkungsgrad

EPh – Prof. Dr. U. Stein

**Leistung  $P$** 

Energie-Übertragungsrate = „Arbeit / Zeit“

$$P = dW / dt$$

**Aufgabe:**

Berechnen Sie die Energie, die eine Glühbirne mit der Leistung  $P = 100 \text{ W}$  pro Stunde verbraucht !

Lösung:

bei konstanter Leistung  $P$ :

$$E = P \Delta t = 100 \text{ W} \cdot 1 \text{ h} = 100 \text{ Wh} \\ = 0.1 \text{ kWh}$$

$$1 \text{ J} = 1 \text{ Ws} = 1 \text{ kg m}^2/\text{s}^2$$

15

**1.4.2 Impuls und Drehimpuls**

Beziehungen, die direkt aus den Newtonschen Axiomen folgen

**Impulserhaltungssatz**

in einem abgeschlossenen System

$$\sum_i \mathbf{p}_i = \text{const.}, \quad \text{mit: } \mathbf{p}_i = m_i \mathbf{v}_i$$

beispielsweise wichtig bei Stoßprozessen, Billardkugeln, Autos, ... (Versuch Impulserh.)

→ gerader Stoß / schiefer Stoß

→ elastischer / unelastischer Stoß

Energieerhaltung / Wärme + Verformung

Spezialfall: vollkommen unelastischer Stoß

hinterher zusammen mit gemeinsamem  $\mathbf{v}$

EPh – Prof. Dr. U. Stein

16



**Drehimpulserhaltungssatz**

in einem abgeschlossenen System

$$\sum_i L_i = \text{const.}, \quad \text{mit: } L_i = J_i \omega_i$$

**Beispiel:** Pirouette eines Schlittschuhläufers1. ausgestreckte Arme  $\rightarrow$ 

Massen in großer Entfernung zur Drehachse

Trägheitsmoment  $J_1 = m r_1^2$

Drehimpuls  $L_1 = J_1 \omega_1$

2. Arme werden an den Körper gezogen  $\rightarrow$ Massen sind näher an Drehachse  $r_2 < r_1$ 

Trägheitsmoment  $J_2 = m r_2^2 < J_1$

Drehimpuls  $L_2 = J_2 \omega_2$

Drehimpulserhaltung:  $L_1 = L_2$ 

$$J_1 \omega_1 = J_2 \omega_2 \rightarrow \omega_2 = \omega_1 J_1 / J_2 > \omega_1$$

 $\rightarrow$  schnellere Drehung bei angezogenen Armen**Weitere Anwendungen:**

- \* Kreiselkompass
- \* Fall einer Katze, Drehung des Schwanzes
- \* Fahrradfahren: Drehimpuls der Räder

*Drehstuhl:  
Hanteln / Felge*