

In unserem Verlag sind außerdem erschienen:

Dr HEINRICH BLASIUS

HÖHERE MATHEMATIK

Mathematische Grundlagen vom technischen Standpunkt
1954, 296 Seiten, 168 Bilder, 75 Aufgaben kartoniert DM 10,—
gebunden DM 14,—

Es ist ganz erstaunlich, wieviel man aus diesem Büchlein Geometrie, Integralrechnung, Differentialgleichungen und Reihenlehre nebst komplexen Zahlen sowie Mechanik lernen kann. 78 Aufgaben, deren Lösungen am Schluß mitgeteilt sind, helfen dem Lernenden, selbständig zu werden. — Das Werk kann dem angehenden Ingenieur warm empfohlen werden. Prof Dr E Mohr.

MECHANIK

Physikalische Grundlagen vom technischen Standpunkt

Band I : STATIK 6. veränderte Auflage 1962, kartoniert DM 14,—
260 Seiten, 261 Bilder, 111 Aufgaben gebunden DM 18,—

Band II : ELASTIZITÄT und FESTIGKEIT
4. neubearbeitete und erweiterte Auflage, kartoniert DM 16,—
1964, 280 Seiten, 214 Bilder, 95 Aufgaben gebunden DM 20,—

Band III: KINEMATIK DYNAMIK HYDRAULIK
3. Auflage, 1950.
350 Seiten, 255 Bilder, 111 Aufgaben kartoniert DM 16,—

LAGERREIBUNG

Hydrodynamische Theorie nach Sommerfeld und Michell
1961, 34 Seiten, 6 Bilder kartoniert DM 4,50

WÄRMELEHRE

Physikalische Grundlagen vom technischen Standpunkt
6. neubearbeitete und erweiterte Auflage, kartoniert DM 25,—
1966, 326 Seiten, 148 Bilder, 67 Aufgaben gebunden DM 29,—

Kennzeichnend für dieses Buch ist, daß nicht zuerst die vollständige Theorie hergeleitet und dann auf Beispiele angewendet wird, sondern daß Begriffe und Sätze an Hand von gut ausgewählten Beispielen aus der Technik entwickelt werden. Die geschickte Art der Darstellung zeigt überzeugend, daß es möglich ist, eine Theorie an Beispielen zu erläutern. Selbst bei dem begrifflich schwierigsten Gebiet, der Thermodynamik, gelingt es dem Verfasser, Dozent an einer Ingenieurschule, auf diesem Weg die Hauptsätze in mathematisch und physikalisch einwandfreier Weise zu gewinnen. Neu aufgenommen wurden in die 6. Auflage die Behandlung der Gasturbine und der Wärmestrahlung.
J. Bruhn

Aus: Der mathematische und naturwissenschaftliche Unterricht XX 2

BOYSEN & MAASCH VERLAG · HAMBURG 36

Einführung in die

VEKTORRECHNUNG

vom physikalisch-technischen Standpunkt

entwickelt aus

Geometrie, Kinematik, Statik, Dynamik

von

Dr Heinrich Blasius

Dozent der Ingenieurschule Hamburg



1967

BOYSEN & MAASCH VERLAG
HAMBURG

VORWORT

1. Ein Buch, das sich Vektorrechnung nennt, müßte eigentlich beginnen mit der „Definition“: „Ein Vektor ist eine gerichtete Größe, welche...“, streng nach Aristoteles durch den nächst höheren Begriff und die unterscheidenden Merkmale (*genus proximum* und *differentia specifica*). Aber Begriffe fallen ja nicht vom Himmel, sondern werden gebildet nach dem Bedürfnis, das sich ergibt bei der Lösung bestimmter Aufgaben, bei der Erforschung bestimmter Sachverhalte aus Geometrie, Kinematik, Mechanik, ua. Das menschliche Wissen baut sich auf von unten her aus der Erfahrung, nicht aus Begriffen a priori, wie Platon mit seinem Begriffsrealismus meinte. Geometrie, Mechanik sollten also bis zu einem gewissen Grade bekannt sein, ehe man den Vektor einführt.

2. Deshalb rechne ich zunächst einige Aufgaben aus Bewegungslehre und Statik vor, sogar ausführlich; es mag ja bei einigen Lesern dies oder jenes fehlen. Und dann soll auch die Lösung solcher Aufgaben mal vollständig vor Augen stehen, ehe man die neuen Begriffe herauszieht. Das nenne ich induktiv. So kommt es zur Erkenntnis der Gemeinsamkeit der auftretenden Konstruktionen und Rechnungen. Das führt dann erst in A 9 und A 21; 22 zur Definition des „Vektors“ und der „Produkte“.

3. Im weiteren Verlauf gebe ich geometrische Beispiele und dann auch Beispiele, wo man nicht mit dem Vektor auskommt, Spannungszustände, bei denen der „Tensor“ auftritt, und ein Beispiel, bei dem die Funktion empirisch gesucht werden muß. Ferner werden Geschwindigkeit und Beschleunigung als Vektoren erkannt, Differentialquotienten des Ortsvektors. Am Beispiel der Planetenbewegung, die vollständig integriert wird, auch in ihrem zeitlichen Verlauf, wird erörtert, ob es zweckmäßig ist, hier vektoriell zu arbeiten.

4. Will man sich nicht gleich auf Kinematik und Statik berufen, so kann man zur Addition der Vektoren auch ausgehen vom Polygonzug und vom Kompaßzug. Ich habe das nicht getan, weil ich gerade Mechanik darstellen wollte, denn zur Einführung der Produkte kann man die Arbeit und das Moment nicht entbehren.

5. Allerdings gibt es Bücher, die Wert darauf legen, rein mathematisch vorzugehen. In einem älteren Schulbuch wurde das „Produkt“ so eingeführt: „Wir wollen eine Multiplikation festsetzen, die in möglichst vielen Eigenschaften mit der gewöhnlichen Multiplikation übereinstimmt.“ — Nein! Wir dürfen nicht wollen, wir müssen so definieren, daß wir mit den Begriffen etwas anfangen können. Macht es doch mal anders! Das geht nicht. Warum fragen Sie überhaupt aus heiterem Himmel nach „Produkten“? Sie fragen ja auch nicht nach Quotienten, oder krummen Potenzen von Vektoren, oder nach Logarithmen. Das Eine wird eben von den „Anwendungen“, den Sachverhalten gefordert, das Andere nicht. Das „associative Gesetz“ kann man ja nur aufrecht erhalten, weil Arbeit und Moment in ihren Gliedern gerade linear sind; und auf das „kommutative Gesetz“ verzichtet man ja beim Vektorprodukt.

6. Wir müssen also ausgehen von den Sachverhalten, bei denen sich die Einführung von Vektoren als zweckmäßig erweist. Sonst bekommt der Schüler ein falsches Bild von der Arbeit der forschenden Wissenschaft, bei der es auf die heuristischen Gedankengänge ankommt. Erst wenn man eine Reihe von Aufgaben gelöst hat, entsteht die kritische, die logische

Frage nach der Vereinbarkeit der verschiedenen Methoden, nach der Widerspruchsfreiheit, der Ableitung aller Methoden aus der kleinsten Anzahl von Axiomen. — Vom Besonderen zum Allgemeinen, nicht umgekehrt!

7. Auch wenn der Mathematiker den Vektor und seine Produkte abstrakt eingeführt hat, so gibt auch er nach rein formalen Übungen alsbald Beispiele aus Physik und Technik, sogar aus Elektrotechnik, setzt also doch deren Grundlagen als bekannt voraus. Man sollte aber doch auf die Darstellung der Sachverhalte mindestens die gleiche Sorgfalt verwenden, wie auf die mathematischen Ableitungen. Man beginne also mit den Sachverhalten, und steige von hier aus auf zu den mathematischen Begriffen. Elektrotechnik (Zeigerdiagramm) vermeide ich ganz. Die vorherige Darstellung ihrer Grundlagen (Induktion, Wechselstrom) ist viel zu verwickelt, ist auch zur Einführung des Vektors entbehrlich.

8. Man gewinnt auch nichts dadurch, daß man die Begriffe erst mathematisch „ein für allemal“ aufstellt, um sie alsdann im Einzelfall schon zu haben. Man muß ja doch bei jedem Einzelfall erst zeigen, daß der Formalismus hierhergehört, daß es sich nicht etwa um einen Tensor, oder um einen experimentellen Zusammenhang handelt. Es ist jedenfalls leichter, die Begriffe am lebenden Objekt zu erfassen, und die paar Rechenregeln dann nach Analogie auf andere Fälle zu übertragen. Das nenne ich Induktion.

9. Überhaupt: Physik und Technik sind nicht „Anwendungen“ einer für sich bestehenden Mathematik, sondern ihr „Gegenstand“, ihre Quelle: Probleme, aus deren Fragestellungen die Mathematik entwickelt worden ist: Geometrie ist Vermessungswesen, wie schon der Name sagt, Newton entwickelte die Analysis aus seinem Problem der Himmelsmechanik, Leibniz aus dem Tangentenproblem bei der Untersuchung von Kurven. Die Integration leitet man noch heute ab aus dem Problem des Flächeninhalts. Bernoulli, Euler stellten sich Aufgaben aus Biegung und Knicken. Differentialgleichungen ergaben sich auch aus der Untersuchung von Schwingungen, Spannungsfeldern, Strömungsfeldern, elektrischen Feldern. Sonst würde wohl Niemand an Differentialgleichungen gedacht haben. Wir würden sie auch nicht vermissen. — Wir würden nicht einmal zählen, wenn uns nicht oft zählbare Gegenstände vor Augen getreten wären. Die Zahl ist eine praktische Erfindung zum Zählen und Messen. Algebra ist die Kunst der Umformung, der Vereinfachung, der Auflösung physikalisch-technischer Formeln. — Es gibt auch rein mathematische Fragen, entstanden durch nachträgliche Verallgemeinerung der Rechenmethoden, die sich als nützlich erwiesen haben (komplexe Zahlen). Aber noch die Fragen nach der Teilbarkeit, nach der Lösbarkeit algebraischer Gleichungen durch Wurzeln, und ob π etwa ein Bruch oder konstruierbar ist, sind praktische Fragen nach der besten Rechenmethode.

10. Ich sage dies Alles nicht der Technik zuliebe. Ich bin weder Technikschwärmer, noch Physikenthusiast, noch Mathematikliebhaber. Ob Einer dies oder das ist, ist Privatsache. Er muß sich aber hüten, seine Lehrweise darauf abzustellen. Jede einseitige, emotionelle Auffassung ist eine Belastung für die Objektivität, die doch für sich fesselnd genug ist. Es handelt sich hier nur um die pädagogische Frage, ob ein einführender Unterricht, der von Sachverhalten ausgeht, lebensverbunden, von erfrischender Gegenständlichkeit, das Wesen der Mathematik besser zum Ausdruck bringt, und darum verständlicher ist, als ein „reiner“, formaler. — Ich habe dies Heft, wie alle meine Bücher, geschrieben, um dieser pädagogischen Auffassung zum Durchbruch zu verhelfen.

Hamburg, am 15 August 1967.

H Blasius.