4.5 Physik: Differentialgleichungen

Aufgabe 4.5.1:

Lösen Sie die Bewegungsgleichung für das ungedämpfte Fadenpendel, das mit einem Winkel *w* um die Senkrechte schwingen kann. Die Differentialgleichung für die Winkelfunktion *w*(*t*) lautet:

$$\text{(A)} \quad \frac{\mathrm{d}^2 w}{\mathrm{d}\, t^2} + \frac{g}{L} * \sin(w) = 0$$

L: Fadenlänge, z. B. 0.5 m, g = 9.81 m/s^2: Erdbeschleunigung

Oft verwendet man folgende Näherung der DGL für kleine Winkel:

$$\text{(B)} \quad \frac{\mathrm{d}^2 w}{\mathrm{d}\, t^2} + \frac{g}{L} * w = 0$$

Lösen Sie mit MATLAB die DGL sowohl für die Version A als auch für Version B. Stellen Sie die Lösung für unterschiedliche Anfangsbedingungen (Anfangswinkel *w* und Anfangswinkelgeschwindigkeit d*w*/d*t*) grafisch dar.

Warum unterscheiden sich die Lösungen von A und B für große Anfangswinkelgeschwindigkeiten? Diskutieren Sie für diesen Fall die Lösung von A.

Bauen Sie in die linke Seite der DGL auch noch folgenden Reibungsterm ein:

$+ 2\,\delta *$ d*w*/d*t*

Aufgabe 4.5.2:

Die Dynamik eines Systems, das einen Zerfallsprozess beschreibt, ist durch folgende DGL erster Ordnung definiert:

$$\frac{\mathrm{d}\, y}{\mathrm{d}\, t} = -k * \mathrm{y}$$

Lösen Sie mit MATLAB die DGL für verschiedene Werte von *k*, zum Beispiel für *k* = 1, 5 etc., für das Zeitintervall [0,3] und die Anfangsbedingung *y*(0)=10. Stellen Sie die Lösung grafisch dar.

Für die DGL erster Ordnung brauchen Sie keine Hilfsvariable *v*. Die DGL-Funktion, die an *ode45* übergeben wird, besitzt, wie im der Beispielsfunktion D1(*t*,*z*), nur eine Zeile für die Ableitung *dy_dt*(1,1), die durch die DGL festgelegt wird.

Aufgabe 4.5.3:

Lösen Sie die Bewegungsgleichung für den senkrechten Fall. Die DGL für die Ortsfunktion *z*(*t*) lautet:

$$\frac{\mathrm{d}^2 z}{\mathrm{d}\, t^2} + g = 0$$

g = 9.81 m/s^2: Erdbeschleunigung

Lösen Sie mit MATLAB die DGL und stellen Sie die Lösung für unterschiedliche Anfangsbedingungen (Anfangsort *z* und Anfangsgeschwindigkeit d*z*/d*t*) grafisch dar.

Bauen Sie in die linke Seite der DGL auch noch folgenden Reibungsterm ein:

$+ 2\,\delta *$ d*z*/d*t*

Stellen Sie hierfür sowohl die Ortsfunktion *z*(*t*) als auch die Geschwindigkeitsfunktion d*z*/d*t*(*t*) grafisch dar.