

4.6 Technische Mechanik

Aufgabe 4.6.1:

Die Seile 1 und 2 sollen in unserer Konstruktion durch Stäbe ersetzt werden. Die zusätzliche äußere Kraft F_2 sei nicht vorhanden. Stellen Sie für diesen Fall das lineare Gleichungssystem auf und berechnen Sie die Kräfte in den Stäben. Was fällt Ihnen beim Stab 2 auf?

Aufgabe 4.6.2:

Wo schneiden sich zwei Geraden in der Ebene? Auch diese Aufgabe führt auf ein lineares Gleichungssystem. Die Gleichungen für die beiden Geraden $y_1(x)$ und $y_2(x)$ lauten:

$$y_1 = a * x + b$$

$$y_2 = c * x + d$$

a, b, c und d sind vorgegebene, reelle Zahlen.

Der Schnittpunkt der Geraden $P = (x, y)$ ist dadurch definiert, dass dort die x - und die y -Werte der beiden Geraden übereinstimmen, speziell ist $y_1 = y_2 = y$. Etwas umgeschrieben erhält man so die Gleichungen:

$$- a * x + y = b$$

$$- c * x + y = d$$

oder als Matrix-Gleichung: $A * P = r$ mit:

$$A = \begin{bmatrix} -a & 1 \\ -c & 1 \end{bmatrix}, \quad P = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}, \quad r = \begin{bmatrix} b \\ d \end{bmatrix}$$

Die Determinante von A liefert die Information, ob es für eine bestimmte Wahl von a, b, c, d überhaupt einen Schnittpunkt gibt.

Berechnen Sie die Schnittpunkte für verschiedene Werte von a, b, c, d – beispielsweise:

$$a = 1, \quad b = 0, \quad c = -1, \quad d = 0$$

$$a = 2, \quad b = 3, \quad c = 5, \quad d = -3$$

$$a = 3, \quad b = 0, \quad c = 3, \quad d = 1$$

Erstellen Sie jeweils eine Skizze mit den Geraden und verifizieren Sie die gefundenen Schnittpunkte.

In ähnlicher Weise können Sie übrigens auch den Schnittpunkt einer Geraden mit einer Ebene im dreidimensionalen Raum berechnen – nur dass Sie dann drei Gleichungen mit drei Unbekannten (x, y, z) haben.

Aufgabe 4.6.3:

Zum Abschluss ein etwas schwierigeres TM-Beispiel von der Dankert-Seite im Internet. Diesmal sind außer dem Seil mit der Masse noch zwei Hebel und eine Umlenkrolle beteiligt. Wenn Sie das Beispiel geeignet zerlegen, kommen Sie auf ein System von sechs Gleichungen für sechs Unbekannte, das sich mit MATLAB lösen lässt.

Wie man auf die zugehörigen Gleichungen kommt, können Sie im Internet nachlesen:

<http://www.tm-aktuell.de/>, Auswahl: Seite 69, Beispiel 9