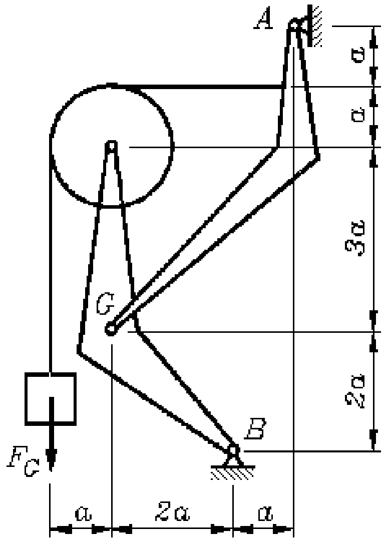

Zur Startseite

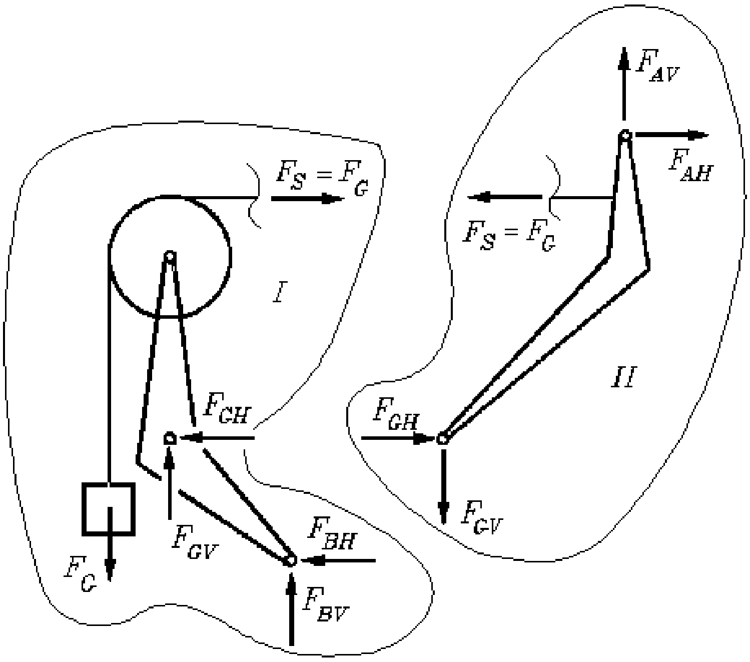
TM-aktuell

**System starrer Körper, Lösung nach unterschiedlichen Strategien**

**Allgemeine Hinweise zur Lösung linearer Gleichungssysteme findet man hier**

**Für das nebenstehend skizzierte System (gegeben: $F_G$ und $a$) ist die folgende Schnittskizze zur Ermittlung der Kräfte in den Lagern $A$ und $B$ und im Gelenk $G$ sinnvoll:**




**Für die Handrechnung ist es günstig, zunächst an den beiden Teilsystemen die Momenten-Gleichgewichtsbedingungen um $B$ bzw. $A$**

$$I: \quad (B) \qquad F_G\,6a - F_G\,3a + F_{GV}\,2a - F_{GH}\,2a = 0\,,$$

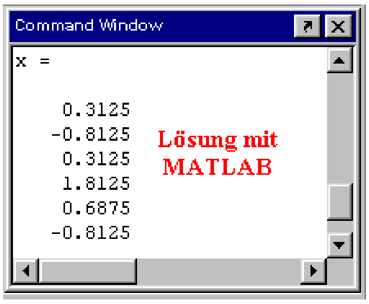
$$II: \quad (A) \qquad F_G\,a - F_{GH}\,5a - F_{GV}\,3a = 0$$

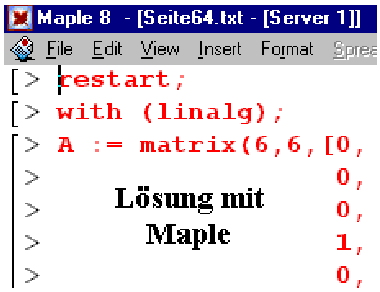
**(zwei Gleichungen mit zwei Unbekannten) zu formulieren, aus denen die beiden Gelenkkraftkomponenten berechnet werden können, um danach auf recht einfache Weise die Lagerkraftkomponenten zu bestimmen.**

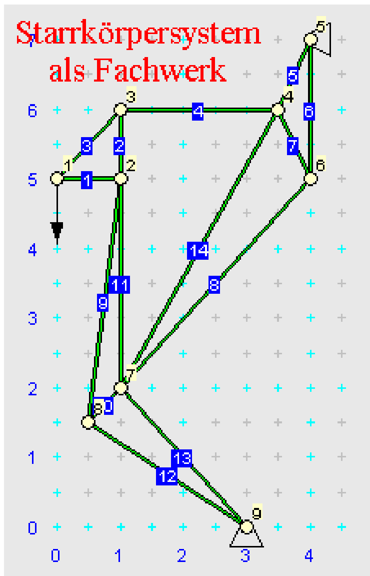
**Bei der Benutzung des Computers sollte beachtet werden: Einfache Gleichungen formulieren, weil eine entkoppelte Formulierung keine Vorteile bringt und bei den einfachen Bedingungen (an jedem Teilsystem jeweils zwei Kraft- und eine Momenten-Geichgewichtsbedingung) weniger Fehler zu erwarten sind. Man erhält z. B. dieses Gleichungssystem:**

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 5 & -3 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{AH} \\ F_{AV} \\ F_{BH} \\ F_{BV} \\ F_{GH} \\ F_{GV} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -3 \\ 1 \\ 0 \\ 4 \end{bmatrix} F_G$$

**Eine sehr effektive Kontrollmöglichkeit mit einem interaktiv über das Internet zu nutzenden Programm wird unter dem Link "Starrkörpersystem als Fachwerk " demonstriert.**




Homepage TM-aktuell www.JürgenDankert.de D @ nkert.de E-MAIL

Internet-Service zum Lehrbuch

Dankert/Dankert: Technische Mechanik

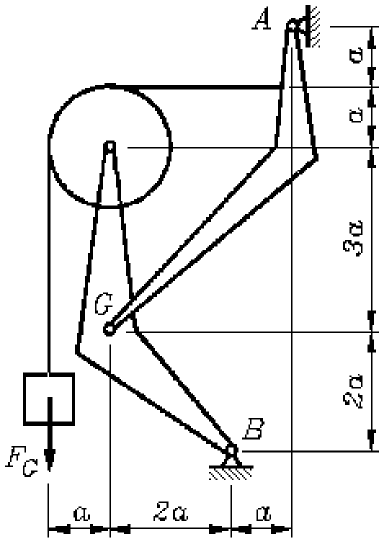
Zur Startseite

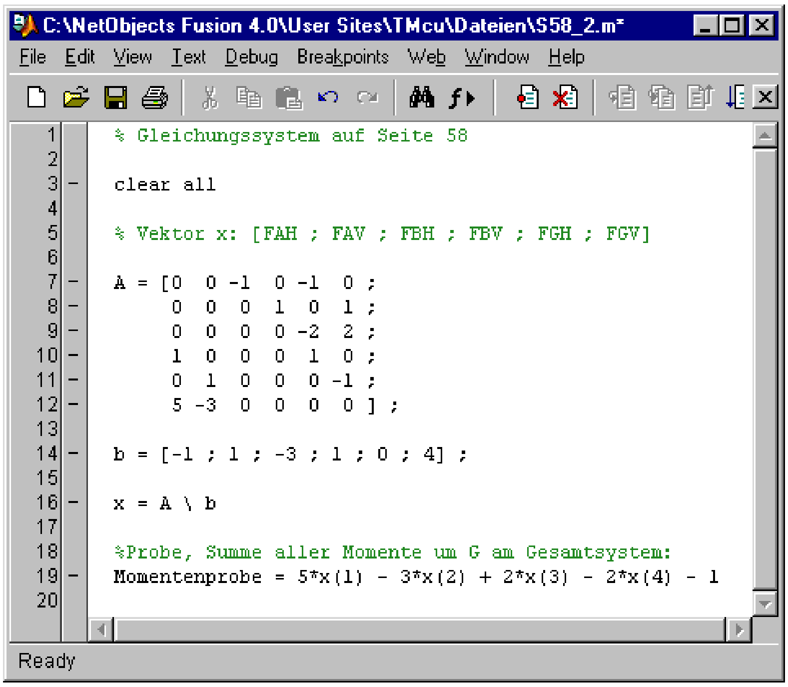
TM-aktuell

Zurück zur Problembeschreibung

Ein Matlab-Beispiel wird hier ausführlich beschrieben

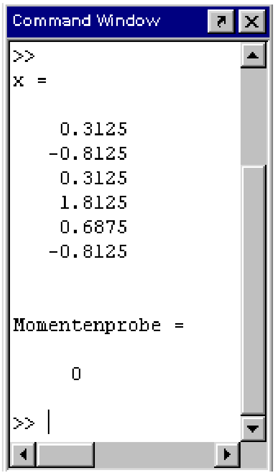
## System starrer Körper, Lösung mit Matlab




```
1   % Gleichungssystem auf Seite 58
2
3   clear all
4
5   % Vektor x: [FAH ; FAV ; FBH ; FBV ; FGH ; FGV]
6
7   A = [0  0 -1  0 -1  0 ;
8        0  0  0  1  0  1 ;
9        0  0  0  0 -2  2 ;
10       1  0  0  0  1  0 ;
11       0  1  0  0  0 -1 ;
12       5 -3  0  0  0  0 ] ;
13
14  b = [-1 ; 1 ; -3 ; 1 ; 0 ; 4] ;
15
16  x = A \ b
17
18  %Probe, Summe aller Momente um G am Gesamtsystem:
19  Momentenprobe = 5*x(1) - 3*x(2) + 2*x(3) - 2*x(4) - 1
20
```

Die nebenstehend zu sehende m-Datei löst das Gleichungssystem (Berechnung der 4 Lagerkraft- und 2 Gelenkkraftkomponenten).




```
>>
x =

    0.3125
   -0.8125
    0.3125
    1.8125
    0.6875
   -0.8125


Momentenprobe =

     0

>>
```

Zur Kontrolle ist eine zusätzliche Gleichgewichtsbedingung in Zeile 19 formuliert worden (Momentengleichgewicht am Gesamtsystem um den Punkt *G*, in das alle vier Lagerkraftkomponenten einfließen). Das Ergebnis landet im “Command Window”. Die erfüllte “Momentenprobe” ist ein Indiz (kein Beweis) dafür, dass die Ergebnisse richtig sind.

Die “Backslash-Operation” in Matlab gestattet eine besondere Möglichkeit, zusätzliche Kontrollen einzubauen. Mit *A \ b* können auch “überbestimmte” lineare Gleichungssysteme (mehr Gleichungen als Unbekannte) gelöst werden. Dabei wird im Sinne der Ausgleichsrechnung die Lösung ermittelt, die die Gleichungen in dem Sinne “bestmöglich” erfüllt, dass der Vektor

$$A * x - b$$

möglichst klein wird (Summe der Quadrate seiner Komponenten ist ein Minimum).

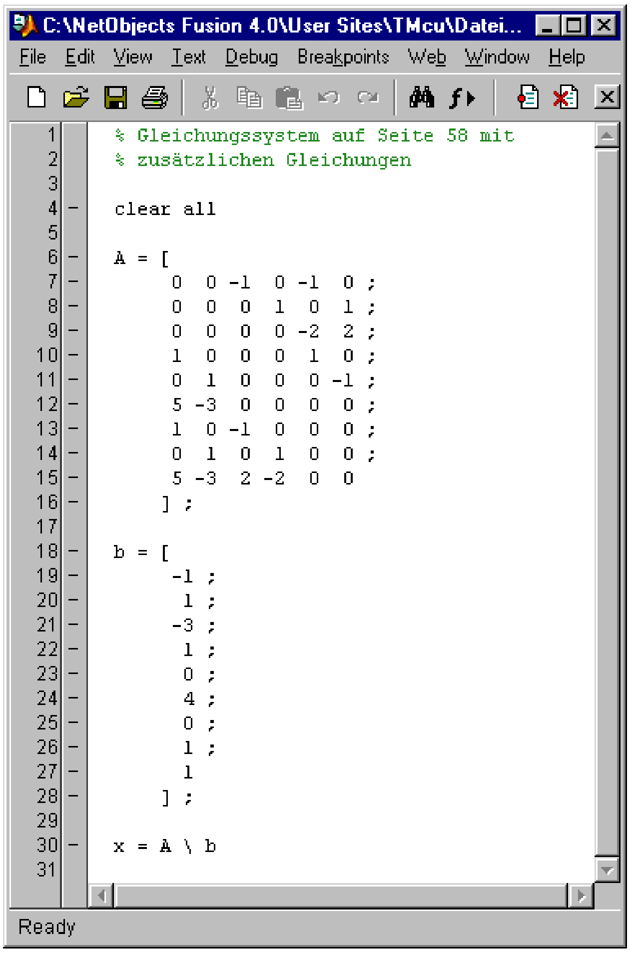
Damit können beliebig viele Gleichgewichtsbedingungen formuliet und Matlab als Gleichungssystem angeboten werden. Wenn die Gleichungen widerspruchsfrei sind (alle Gleichgewichtsbedingungen sind korrekt formuliert), ergibt sich immer die richtige Lösung. Bei nur einer falschen Gleichung ergibt sich ein falsches Ergebnis, so dass diese sehr effektive Kontrollmöglichkeit nur dann sinnvoll ist, wenn man die Ergebnisse von Rechnungen mit unterschiedlicher Anzahl von Gleichungen miteinander vergleicht (besonders wirksam ist der Vergleich mit einer Rechnung mit der Mindestanzahl von Gleichungen).

Das Gleichungssystem

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 5 & -3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 5 & -3 & 2 & -2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{AH} \\ F_{AV} \\ F_{BH} \\ F_{BV} \\ F_{GH} \\ F_{GV} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -3 \\ 1 \\ 0 \\ 4 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} F_G$$

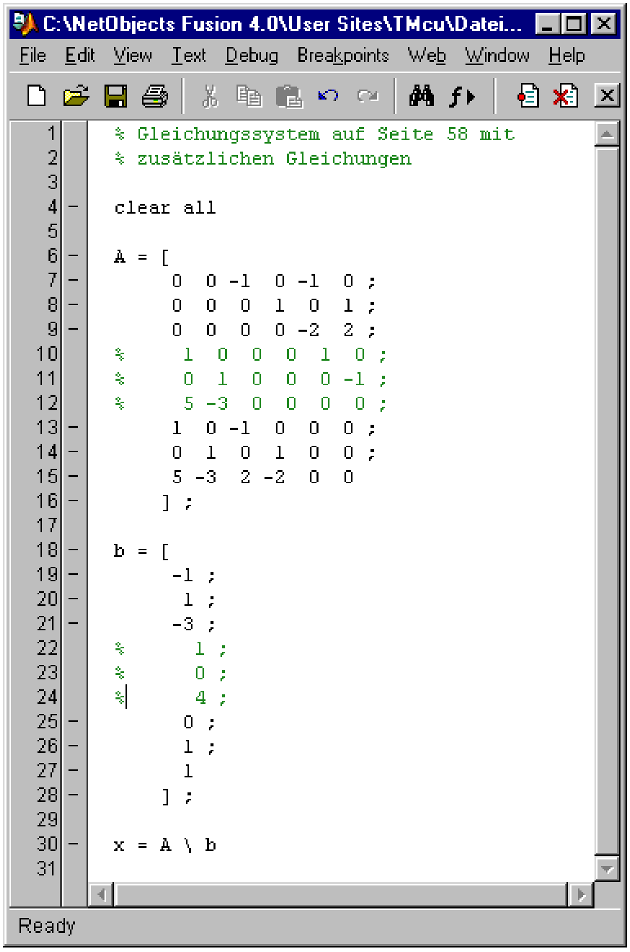
besteht aus den 6 Gleichungen (je 3 Gleichgewichtsbedingungen pro Teilsystem), die bereits oben verwendet wurden, ergänzt in den letzten 3 Zeilen um die 3 Gleichgewichtsbedingungen am Gesamtsystem.

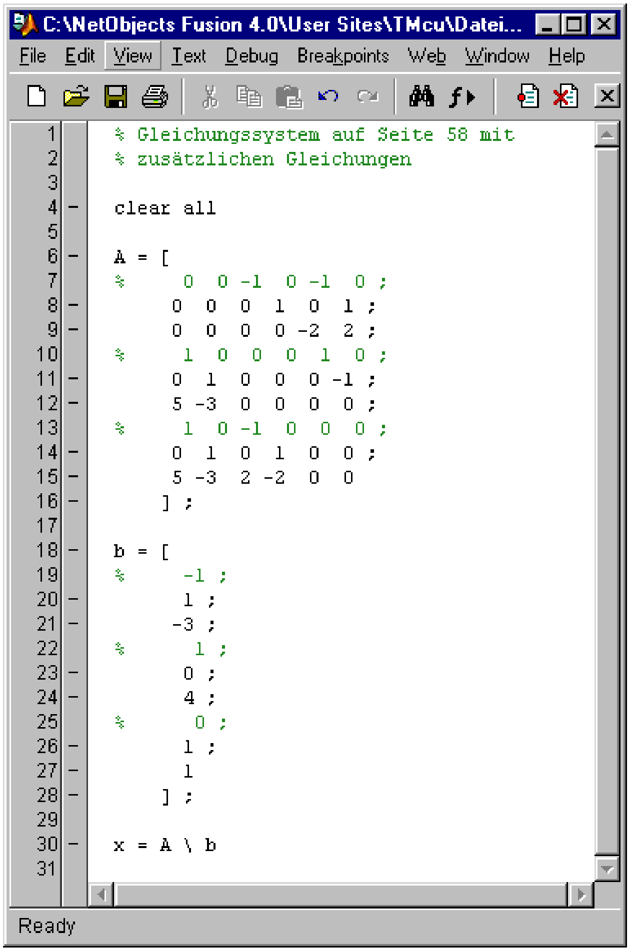
Rechts sieht man die Definition dieses Systems in Matlab. Die Berechnung mit diesem erweiterten System liefert die gleichen Ergebnisse wie die oben gezeigte Rechnung mit 6 Gleichungen.

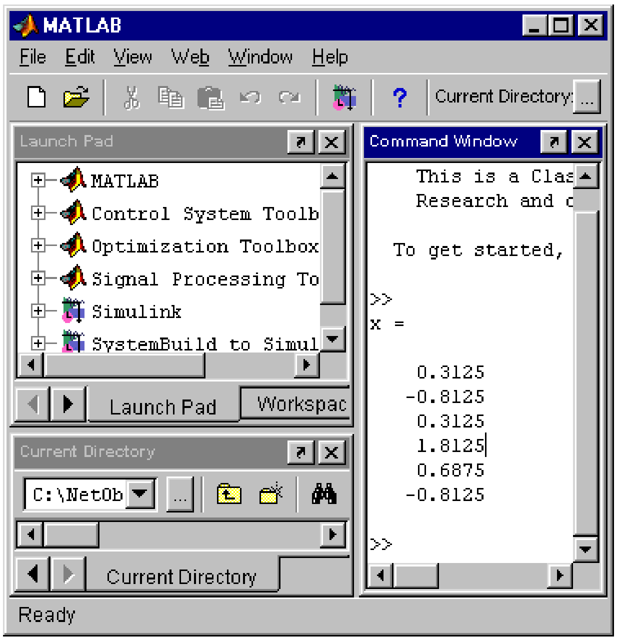



Die lockere Schreibweise ist beabsichtigt, damit man mühelos durch "Herauskommentieren" von Zeilen in *A* und *b* die Berechnung mit weniger Gleichungen ausführen kann, denn nur durch den Vergleich (z. B "Rechnung mit 6 Gleichungen" und "Rechnung mit 9 Gleichungen") kann das Ergebnis verifiziert werden. Wenn man diesen Vergleich nicht durchführt, dann ist diese Art der Berechnung sogar gefährlich, denn wenn genügend (auch beliebig unsinnige) Gleichungen verfügbar sind, ergibt sich nach dem Prinzip der Ausgleichsrechnung immer ein Ergebnis.

Nachfolgend sind zwei modifizierte Dateien zu sehen und jeweils darunter die zugehörigen Ergebnisse im "Command Window": Links sind die drei Gleichgewichtsbedingungen am System II herauskommentiert, die drei Gleichungen des System I liefern gemeinsam mit den drei Gleichungen am Gesamtsystem das korrekte Ergebnis. Im rechten Bild sieht man, dass für alle Systeme das "Horizontalkraft-Gleichgewicht" nicht verwendet wird, was erwartungsgemäß auf eine singuläre Matrix führt.





Zum Download verfügbar sind die Dateien S58_2.m, die die Rechnung mit 6 Gleichungen und der "Momentenprobe" ausführt, und S58_3.m, mit der die Rechnung mit 9 (oder weniger) Gleichungen realisiert wird.

Homepage TM-aktuell

www.JürgenDankert.de

D@nkert.de E-MAIL